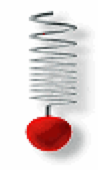
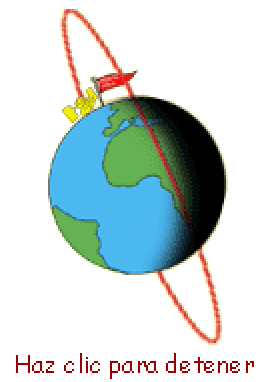
# F2 Bach

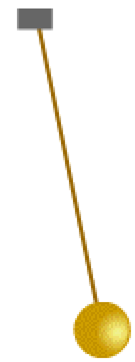
# Movimiento armónico simple

# 1. Movimientos periódicos



- Movimientos periódicos
  - Se repiten a intervalos iguales de tiempo, Ej. mcu.
  - Periodo
  - Frecuencia
  - Movimiento vibratorio son movimientos periódicos en torno a una posición de equilibrio.



# 2. Movimientos vibratorios

- Movimientos vibratorios

- Es el caso más importante de movimientos bajo fuerzas variables. Está producido por una fuerza que varía periódicamente y que en todo momento es directamente proporcional al desplazamiento. Ej.: El movimiento de un resorte, una lámina que vibra o un péndulo.

- Son movimientos periódicos en torno a una posición de equilibrio que reciben el nombre de oscilatorios o vibratorios. Es un movimiento entre dos posiciones extremas.

- Oscilación o vibración completa o ciclo: movimiento en un periodo

- Amplitud

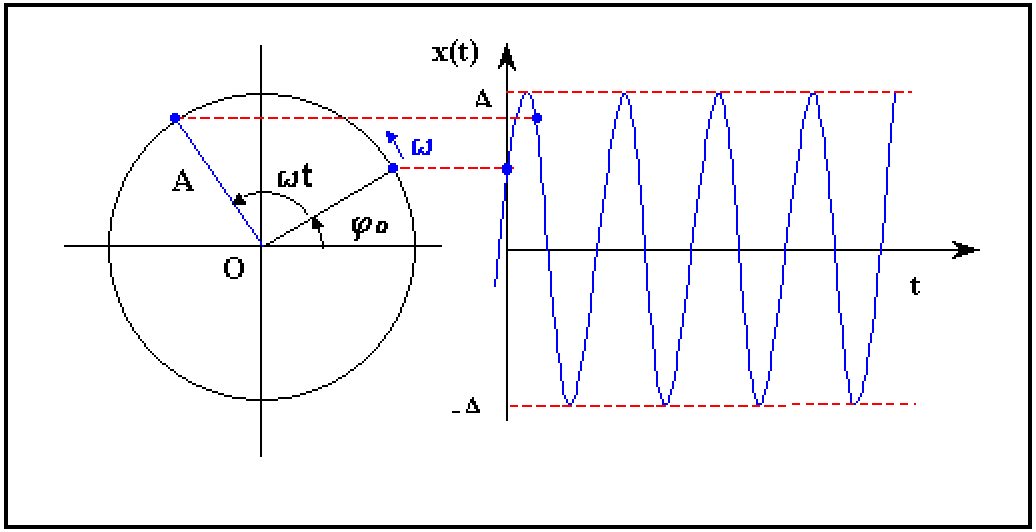
- El movimiento vibratorio no es uniforme, es producido por una fuerza variable y periódica lo que implica una aceleración variable. Ej.: el péndulo.

# 3. Movimiento Armónico Simple

- Son movimientos vibratorios que se pueden expresar mediante funciones armónicas (seno o coseno).
- MAS: movimiento periódico y oscilatorio, sin rozamiento, producido por una fuerza recuperadora proporcional al desplazamiento y aplicada en la misma dirección pero en sentido contrario

# 4. Cinemática del movimiento armónico simple

El MAS puede considerarse como la proyección sobre un diámetro de un movimiento circular uniforme en función del tiempo en el cual el desplazamiento angular: $\theta = \omega\, t$.




$$x = A\,\mathrm{sen}\,\left(\omega t + \varphi_0\right)$$

http://fisica-quimica.blogspot.com/2006/05/movimiento-armnico-simple.html

# Ecuaciones del movimiento armónico simple

## A. Elongación

$$\boxed{x = A \operatorname{sen}(\omega t + \varphi)}$$

Magnitudes que intervienen en el movimiento:

- Elongación
- Amplitud
- Fase
- Fase inicial
- Pulsación o frecuencia angular
- Periodo
- Frecuencia.

Las vibraciones no tienen dimensión.

La frecuencia y la pulsación están relacionadas: $\omega = 2\pi / T$.

# B. Velocidad del MAS

A partir de la definición de velocidad de una partícula se obtiene: $v = \frac{dx}{dt}$

$$\boxed{v = A\omega \cos\ \omega t + \varphi}$$

$$\boxed{v = \omega\sqrt{A^2 - x^2}}$$

La velocidad es función periódica del tiempo, su valor depende de la posición de la partícula, presenta un valor máximo en el centro de la trayectoria y se anula en los extremos.

- Velocidad máxima

$$v_{\max} = \pm A\omega$$

# C. Aceleración del MAS

A partir de la definición de aceleración de una partícula se obtiene: $a = \dfrac{dv}{dt}$

$$\boxed{a = -A\omega^2 \operatorname{sen} \;\; \omega t + \varphi}$$

$$\boxed{a = -\omega^2 x}$$

La aceleración es función periódica del tiempo, su valor depende de la posición de la partícula. La aceleración es proporcional al desplazamiento pero de sentido contrario,

Presenta un valor máximo en los extremos de la trayectoria y se anula en el centro.

- Aceleración máxima

$$a_{\max} = \pm A\omega^2$$

**Ejemplo 1.** Una masa de 50 g unida a un resorte realiza, en el eje X, un MAS descrito por la ecuación: $x = 0,050 \cos\ 2,0t - \pi/3$ expresada en unidades del SI. Calcula su posición y velocidad inicial.

**0,025 m; +0,087 ms$^{-1}$**

**Ejemplo 2.** Una partícula describe un movimiento cuya ecuación en el SI es: $x = 5,0 \,\mathrm{sen}\ \pi t - \pi/2$

Calcula la velocidad y aceleración de la partícula cuando x = 2,50 m.

**13,6 ms$^{-1}$; -24,67 ms$^{-2}$**

**Ejemplo 3.** Una partícula describe un MAS. En el punto x = 3,0 cm su velocidad es v = 9,0 cm·s$^{-1}$, mientras que en el punto x = 6,0 cm es de 4,0 cm·s$^{-1}$. Calcula la frecuencia de esta movimiento armónico.

**0,247 Hz**

# 5. Dinámica del movimiento armónico simple

El MAS es un movimiento producido por una fuerza variable proporcional y de sentido contrario al desplazamiento. (a > 0 cuando la partícula se dirige al equilibrio y a < 0 cuando la partícula se aleja del equilibrio). Es un movimiento producido por una fuerza recuperadora o restauradora.

$$\left.\begin{array}{l} F = -k\,x \\ F = m\,a \end{array}\right| \left.\begin{array}{l} -kx = ma \\ a = -\omega^2 x \end{array}\right| -k\,\cancel{x} = -m\omega^2\,\cancel{x} \Rightarrow \boxed{k = m\omega^2}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \text{ pero } \omega = \frac{2\pi}{\mathrm{T}} \Rightarrow \boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}}$$

El periodo de las oscilaciones cuando la fuerza es elástica depende de la masa del móvil.

# 6. Energía de un oscilador armónico

Una partícula animada de un MAS se llama oscilador mecánico, tiene energía cinética y potencial. Cinética porque hay movimiento y potencial porque es producido por una fuerza conservativa.

## A. Energía Cinética

$$\boxed{Ec = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mk(A^2 - x^2) = \frac{1}{2}kA^2\cos^2(\omega t + \varphi)}$$

Es periódica, proporcional al cuadrado de la amplitud y depende de la posición, tiene un valor máximo en el centro y mínimo en los extremos.

# B. Energía Potencial

$$\boxed{Ep = \int_0^x F dx = \int_0^x k\ x\ dx = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}kA^2 \operatorname{sen}^2(\omega t + \varphi)}$$

Es periódica, proporcional al cuadrado de la amplitud y depende de la posición, tiene un valor máximo en los extremos y mínimo en el centro.

# C. Energía Mecánica

$$\boxed{Em = Ec + Ep = \frac{1}{2}k(A^2 - x^2) + \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}kA^2}$$

No depende de la posición, solamente depende de las características del oscilador y de la amplitud.
En ausencia de rozamientos (solo fuerzas conservativas) es constante y la A también es constante.

**Ejemplo 4.** Un móvil describe un MAS. ¿En qué posición son iguales su energía cinética y su energía potencial?

**$\pm A/\sqrt{2}$**

**Ejemplo 5.** Una masa de 0,5 kg, conectada a un resorte ligero cuya constante de fuerza es 20 N/m, oscila sobre una superficie horizontal y sin fricción. a) Calcular la energía total del sistema y la velocidad máxima de la masa, si la amplitud del movimiento es 3 cm. b) Calcular las energías cinética y potencial del sistema, cuando el desplazamiento es igual a 2 cm.

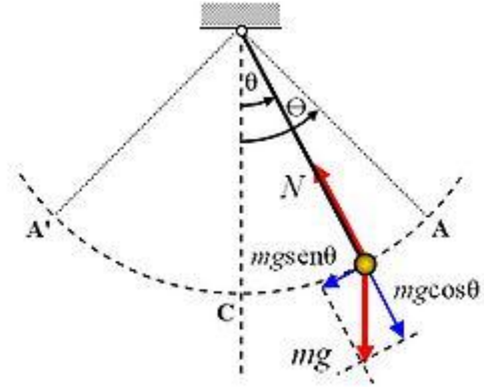
**$9\cdot10^{-3}$ J; 0,19 $ms^{-1}$; $5\cdot10^{-3}$ J; $4\cdot10^{-3}$ J**

**Ejemplo 6.** Un resorte situado verticalmente se alarga 2,4 cm si se le cuelga un cuerpo de 110 g. Si a continuación se estira el cuerpo hasta colocarlo 10 cm por debajo de la posición de equilibrio, y se suelta, ¿Cuál es el periodo de las oscilaciones?

**0,311 s**

# 7. Dos ejemplos de osciladores mecánicos

## El Péndulo




La única fuerza que actúa es el peso que se puede descomponer en su componente normal y tangencial.
La componente normal se ve contrarrestada por la tensión del hilo y la componente tangencial es la que va a dar lugar a la aceleración del movimiento.

$$F_T = -mg \operatorname{sen}\theta \cong -mg\,\theta$$

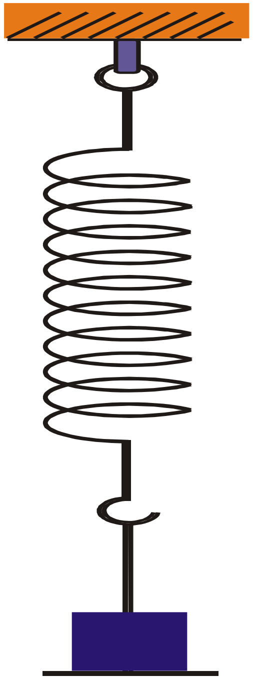
Teniendo en cuenta esta aproximación para ángulos muy pequeños y la expresión de la fuerza recuperadora:

$$\left.\begin{array}{l} F_T = -mg\,\dfrac{x}{l} \\ F_T = -m\omega^2 x \end{array}\right\} \omega^2 = \frac{g}{l} \Rightarrow \frac{4\pi^2}{T^2} = \frac{g}{l}$$

Solo si θ es pequeño se trata de una MAS

$$\Rightarrow \boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}}$$

# El muelle



Cuando un muelle esté en equilibrio, sobre él actúa el peso del cuerpo (y el muelle), que actúan hacia abajo y la reacción del muelle.
Si separamos hacia abajo una pequeña distancia x de la posición de equilibrio, el muelle ejerce una fuerza recuperadora en sentido contrario de modo que cuando soltemos solo actuará esta fuerza.

Dado que la fuerza responsable del movimiento es la de la Ley de Hooke dará lugar a un movimiento armónico simple de aceleración.

$$\left.\begin{array}{l} F = -kx \\ F = -m\omega^2 x \end{array}\right\} \Rightarrow k = m\omega^2 \quad \text{ó} \quad \boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}}$$

El periodo del resorte será mayor cuanto mayor sea la masa, oscilará más lentamente y será menor cuanto mayor sea la constante recuperadora.

**Ejemplo 7.** Determina la aceleración de la gravedad en un lugar de la Tierra, sabiendo que un péndulo simple de 80,0 cm tarda 71,8 s en realizar 40 oscilaciones completas.

**9,8 ms$^{-2}$**

**Ejemplo 8.** En una catedral hay una lámpara que cuelga desde el techo de una nave y que se encuentra a 2 m del suelo. Se observa que oscila levemente con una frecuencia de 0,1 Hz ¿Cuál es la altura de la nave?
Dato: g = 9,8 ms$^{-2}$

**26,8 m**

**Ejemplo 9.** Un bloque de 2 kg de masa está colocado en el extremo de un muelle, de constante elástica k = 500 Nm$^{-1}$, comprimido 20 cm. Al soltar el bloque, éste se desplaza por el suelo horizontal y tras recorrer 1 m asciende por un plano inclinado 30º. Calcula la distancia recorrida por el bloque sobre el plano inclinado. a) Suponiendo nulo el rozamiento. b) Si el coeficiente de rozamiento entre el cuerpo y los planos es 0,10.

**1,02 m; 20 cm**