

# ACTIVIDADES COMPLEMENTARIAS DE 4º DE ESO

## Indice

1. Trigonometría para los alumnos de 4º de ESO .....	2
2. Unidades de presión .....	4
3. Trazado de rayos .....	5

# 1. Trigonometría para los alumnos de 4º de ESO

Trigonometría: (del griego trigonos, trígono, y metron, medida). Parte de las matemáticas que trata de la resolución analítica o el cálculo de los elementos de los triángulos, tanto planos como esféricos.

Para nosotros es algo más sencillo. Se trata de aprender a manejar esas tres teclas que hay en la calculadora que pone sin, cos y tan (en otro color pone en las mismas teclas  $\sin^{-1}$ ,  $\cos^{-1}$  y  $\tan^{-1}$ ).

1. Empieza dibujando un triángulo rectángulo. Uno de los catetos debe medir 60 mm el otro cateto 45 mm y luego traza la hipotenusa. Mide la hipotenusa con una regla y escribe el resultado en el recuadro. Comprueba que te da  $\sqrt{60^2 + 45^2} = 75$ .

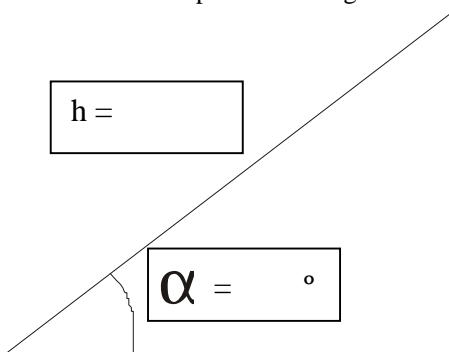
Dibuja un pequeño arco entre la hipotenusa, h, y el cateto de 60 mm.

A ese ángulo le llamaremos  $\alpha$ .

El cateto de 60 mm está adyacente al ángulo. Le llamamos **cateto adyacente**,  $C_a$ .

El cateto de 45 mm está opuesto al ángulo. Le llamamos **cateto opuesto**,  $C_o$ .

Mide con un transportador el ángulo  $\alpha$ .



$C_o/h$	$C_a/h$	$C_o/C_a$
$\text{sen}\alpha$	$\text{cos}\alpha$	$\text{tg}\alpha$

45 mm

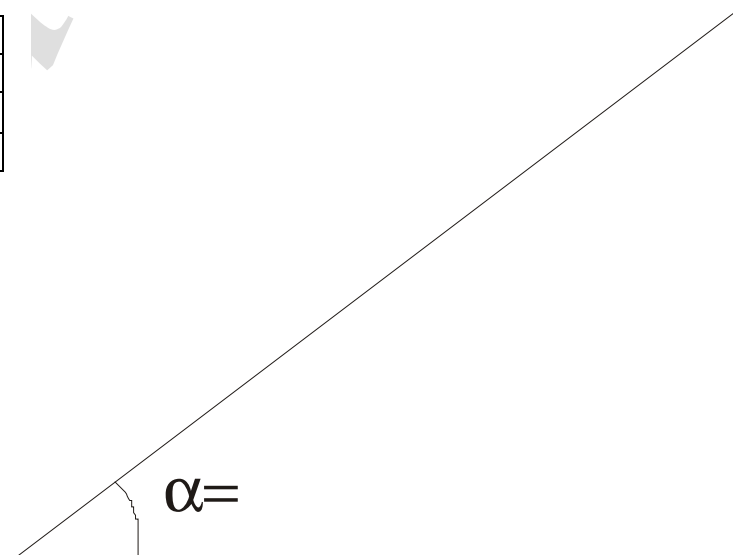
Ahora escribe en las casillas vacías el resultado de la operación indicado en la casilla superior. Asegúrate de que la calculadora está trabajando en grados.

60 mm

2. Dibuja ahora otro triángulo que tenga un ángulo  $\alpha$  igual al primero, pero más grande, esto lo puedes hacer prolongando el cateto adyacente y la hipotenusa del siguiente modo:

$C_o/H$	$C_a/H$	$C_o/C_a$
$\text{sen}\alpha$	$\text{cos}\alpha$	$\text{tg}\alpha$

Vuelve a escribir en las casillas vacías la operación indicada en la casilla superior.



Ya estáis listos para entender lo que es el seno el coseno y la tangente.

Se llama **SENO** de un ángulo  $\alpha$  a la razón entre el cateto opuesto y la hipotenusa (como veis da igual como sea de grande el triángulo o cuanto mida el cateto o la hipotenusa).

Se llama **COSENO** de un ángulo  $\alpha$  a la razón entre el cateto adyacente y la hipotenusa.

Se llama **TANGENTE** de un ángulo  $\alpha$  a la razón entre el cateto opuesto y el cateto adyacente.

Como veis, sabiendo un ángulo agudo y cualquiera de los lados, con la calculadora se puede saber el valor de todos los

$$\text{sen } a = \frac{Co}{H}$$

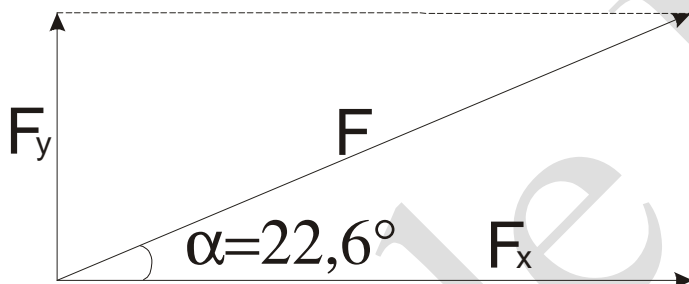
$$\text{cos } a = \frac{Ca}{H}$$

$$\text{tg } a = \frac{Co}{Ca}$$

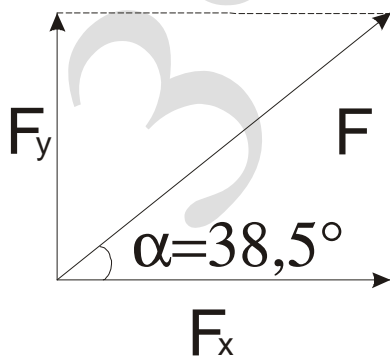
demás lados y ángulos.

Ejercicios:

1. La fuerza  $F = F_x + F_y$ . Si la fuerza  $F = 92 \text{ N}$  ¿Cuánto vale  $F_x$  y  $F_y$ ? Comprueba que lo tienes bien aplicando el teorema de Pitágoras



2. La fuerza  $F = F_x + F_y$ . Si la fuerza  $F_x = 44 \text{ N}$  ¿Cuánto vale  $F$  y  $F_y$ ? Comprueba que lo tienes bien aplicando el teorema de Pitágoras



## 2. Unidades de presión

Hay un pequeño lío con las unidades de presión, y esto es debido a que la unidad del sistema internacional, el pascal, es muy pequeña y a menudo poco útil para sentidos prácticos.

En todo caso, dos cosas:

- En las ecuaciones la presión debe ir en unidades del sistema internacional.
- Debemos conocer las unidades de presión de uso más frecuente y saber pasarlas a pascales.

Definición de las unidades más comunes.

**Pascal (Pa):** Unidad del SI. Es la presión que ejerce una fuerza de 1 N sobre 1 m<sup>2</sup> de superficie.

**Atmósfera (atm):** Es la presión que ejerce la capa gaseosa que rodea a la Tierra al nivel del mar. Fue medida por Torricelli como equivalente a la presión hidrostática que ejerce una columna de 760 mm de Hg.

$$P = d_{\text{Hg}} g h = 13600 \cdot 9,8 \cdot 0,76 = 1,013 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

**Tor. (mm de Hg):** en honor de Torricelli, es  $\frac{1 \text{ atm}}{760}$

**Atmósfera técnica (Kgf/cm<sup>2</sup>):** es la presión que ejerce un kg de fuerza sobre un cm<sup>2</sup>.

$$1 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2} \frac{9,8 \text{ N}}{\text{kgf}} \frac{10^4 \text{ cm}^2}{\text{m}^2} = 9,8 \cdot 10^4 \text{ Pa}$$

Y equivale a la presión hidrostática que ejerce una columna de agua de 10 m de altura.

$$P = d_{\text{H}_2\text{O}} g h = 1000 \cdot 9,8 \cdot 10 = 9,8 \cdot 10^4 \text{ Pa}$$

**Bar:** equivalente a un millón de barias. Su símbolo es "bar". La palabra bar tiene su origen en báros, que en griego significa peso. 1 bar = 10<sup>6</sup> barias, 1 bar = 10<sup>5</sup> pascales.

**Milibar (mbar):** es la milésima parte de un bar. 1 mbar = 100 Pa

**Baria (b):** Es la unidad de presión del sistema cegesimal (CGS<sup>1</sup>). Se define como la presión ejercida por una fuerza de una dina sobre una superficie de un centímetro cuadrado. 1 b = 0,1 Pa.

Completa la tabla siguiente<sup>2</sup>:

	Pa	atm	mm Hg	Kgf/cm <sup>2</sup>	bar	mbar	b
Pa	1						
atm	1,013·10 <sup>5</sup>	1	760				
mm Hg			1				
Kgf/cm <sup>2</sup>	9,8·10 <sup>4</sup>			1			
bar	10 <sup>5</sup>				1		
mbar						1	
b	0,1						1

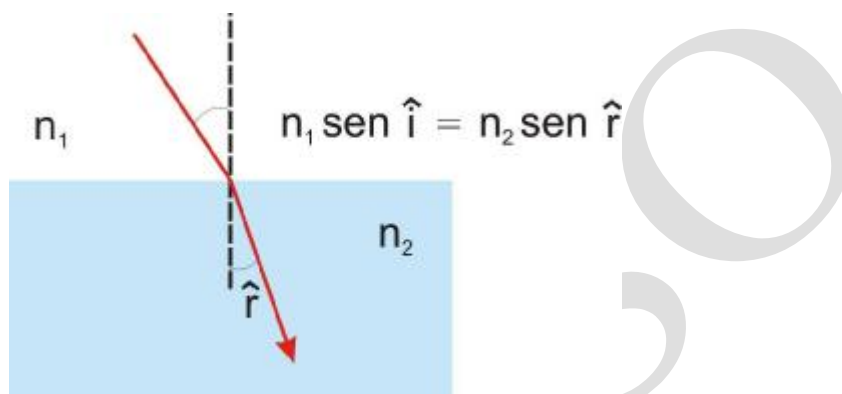
<sup>1</sup> Sistema de unidades parecido al internacional, en el que la longitud se mide en cm, la masa en gramos y el tiempo en segundos.

<sup>2</sup> Comprueba que la atm, el kgf/cm<sup>2</sup>, y el bar son muy parecidos y a menudo se utilizan indistintamente.

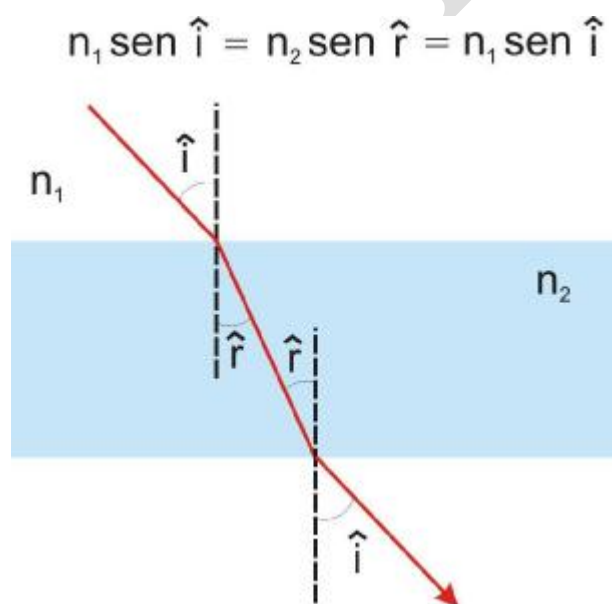
### 3. Trazado de rayos

**Concepto de rayo luminoso:** Es la línea que representa la dirección de propagación de la luz.

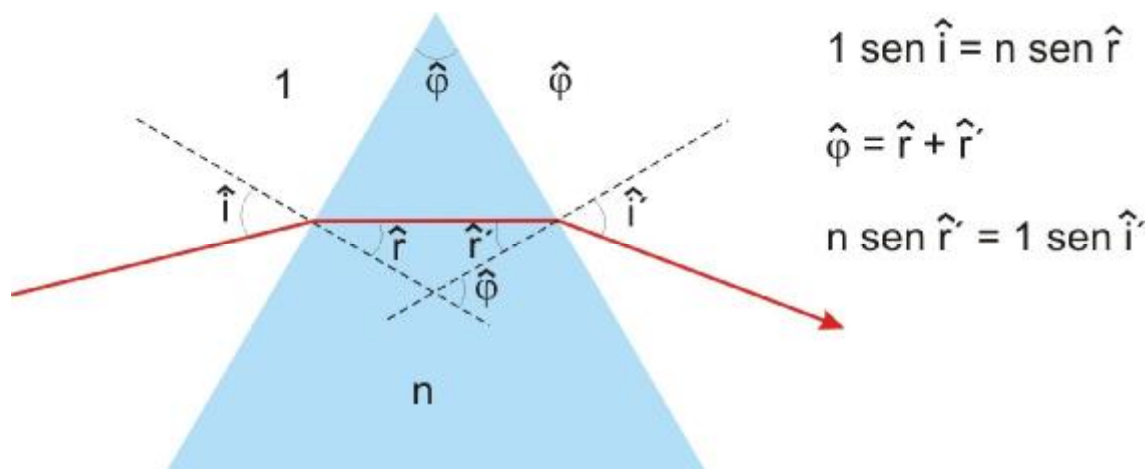
Cuando un rayo de luz pasa de un medio menos refringente ( $n_1 < n_2$ ) a otro más refringente, el rayo se acerca a la normal.



Marcha de los rayos en una lámina de cristal (láminas plano paralelas).



Marcha de los rayos en un prisma.



$$1 \operatorname{sen} \hat{i} = n \operatorname{sen} \hat{r}$$

$$\hat{\phi} = \hat{r} + \hat{r}'$$

$$n \operatorname{sen} \hat{r}' = 1 \operatorname{sen} \hat{i}'$$

Los objetos a través de espejos o lentes forman imágenes.

- Cuando los rayos que proceden de los objetos, a través de un espejo o lente, se juntan y convergen en otro punto forman una imagen REAL.
- Cuando los rayos que proceden de los objetos, a través de un espejo o lente, no se juntan y divergen, son sus prolongaciones las que se cortan en un punto y forman una imagen VIRTUAL.
- Las imágenes REALES no se ven pero se pueden recoger en una pantalla.
- Las imágenes VIRTUALES se ven pero no se pueden recoger en una pantalla.

**Para la formación de las imágenes se trazan tres rayos:**

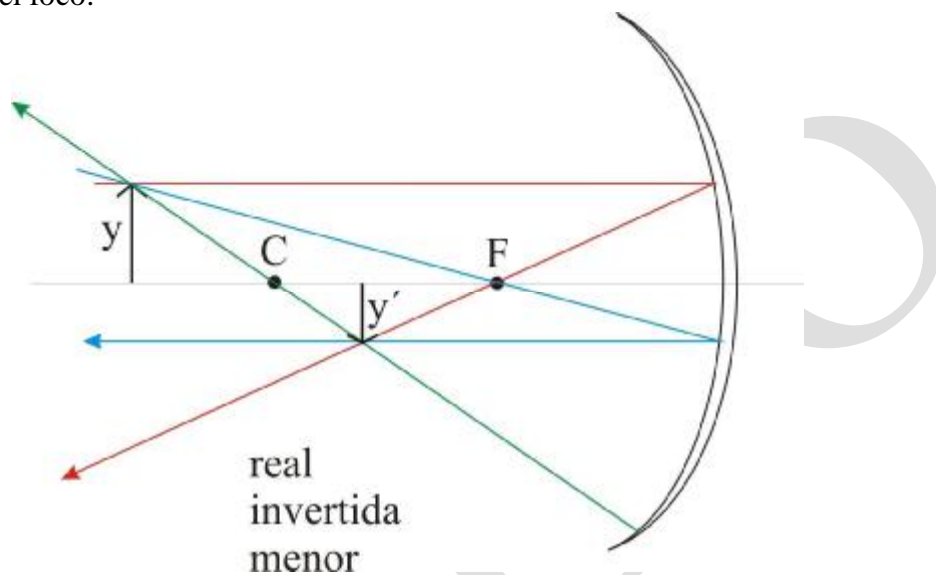
- Rayo que incide paralelamente (en el espejo o la lente), sale pasando por el foco.
- Rayo que incide pasando por el foco, sale paralelo.
- Rayo que pasa por el centro de curvatura (del espejo o la lente) no se desvía.

## Espejos esféricos

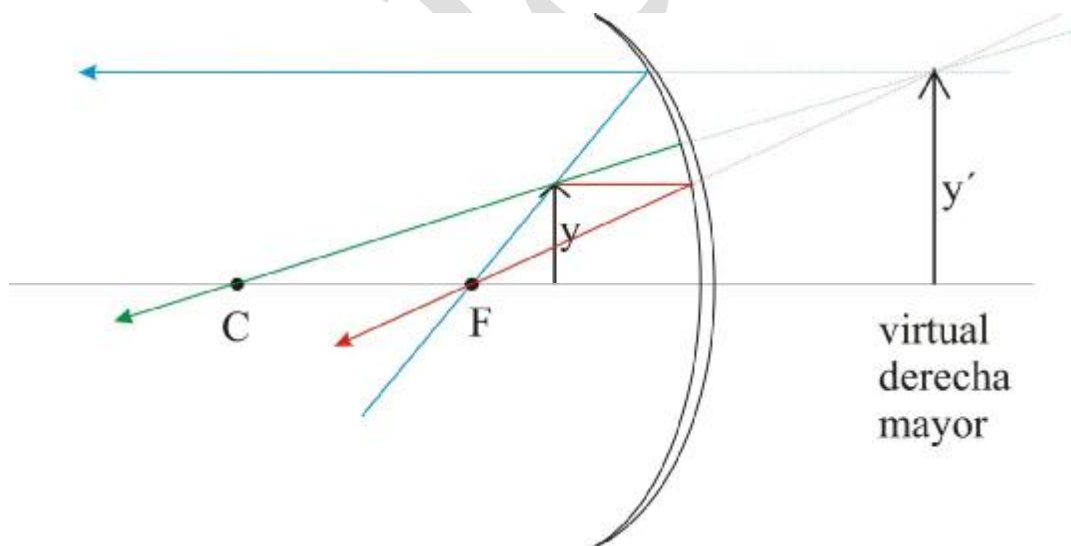
Pueden ser cóncavos o convexos y el foco se encuentra siempre a la mitad del centro de curvatura.

Trazado de imágenes a través de un espejo cóncavo.

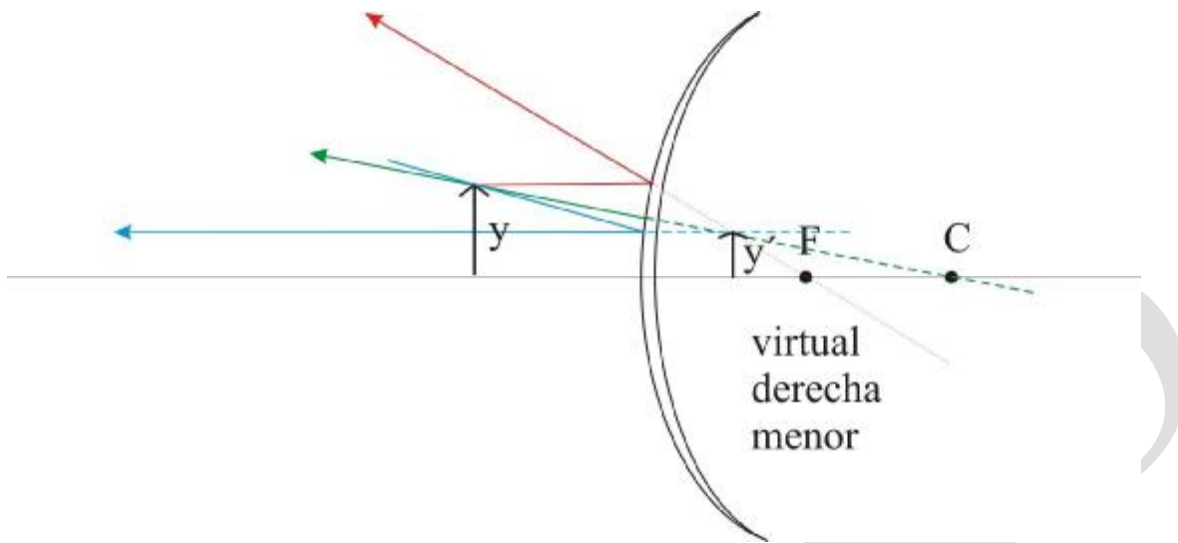
- El objeto antes del foco.



- El objeto después del foco.



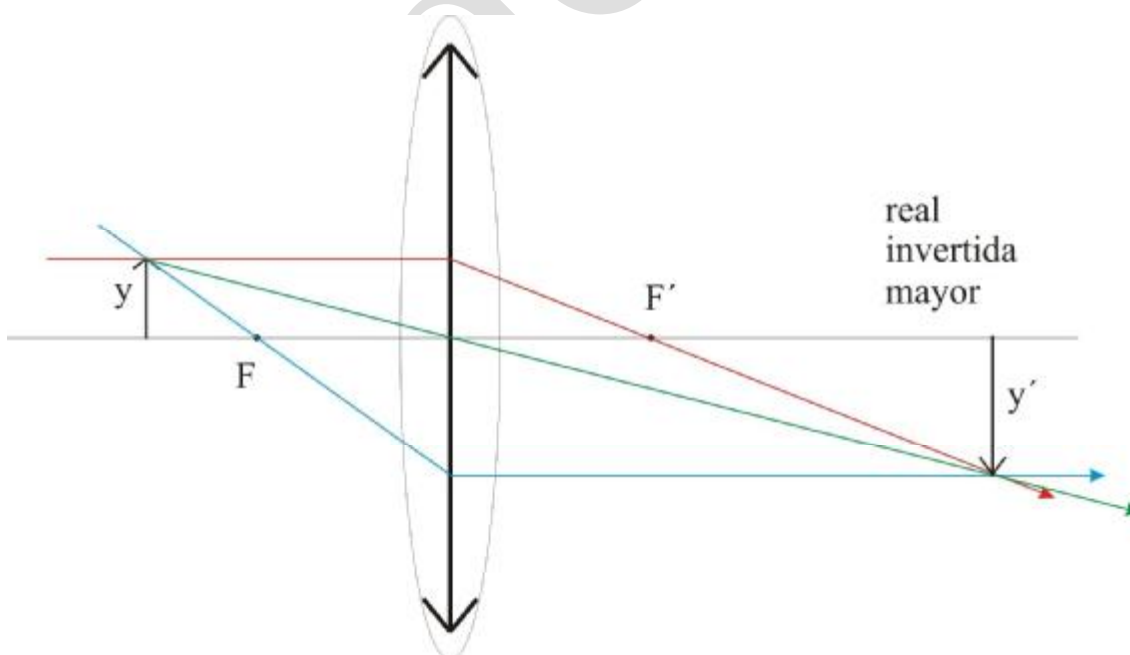
Trazado de imágenes a través de un espejo convexo.



### Lentes delgadas

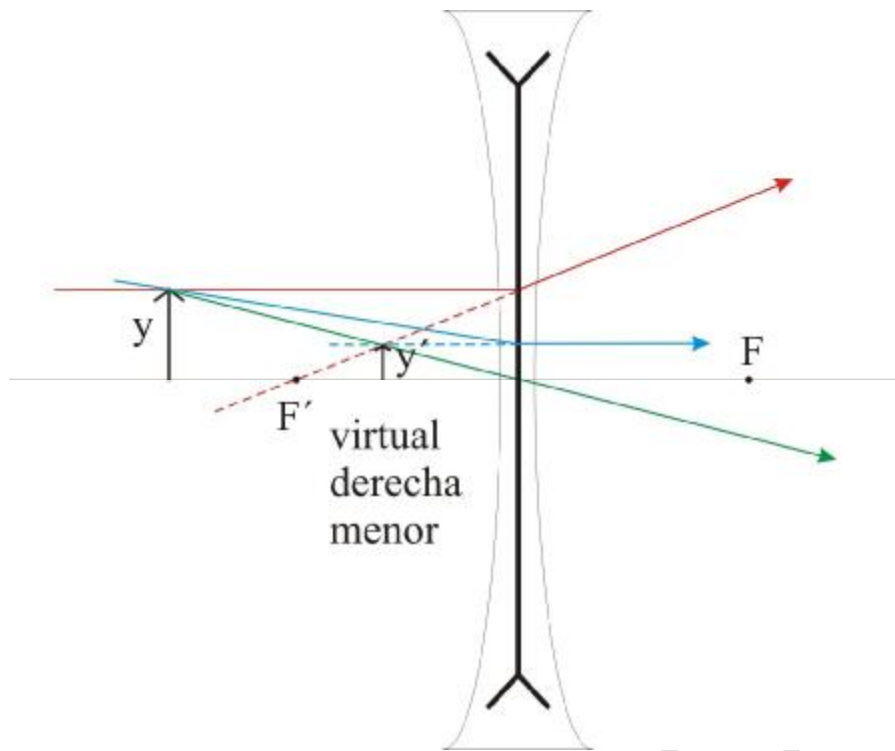
Las lentes pueden ser de bordes finos o convergentes y de bordes gruesos o divergentes. En las lentes convergentes el foco se encuentra al otro lado del objeto, en el espacio imagen. En las lentes divergentes el foco se encuentra en el mismo espacio que el objeto, en el espacio objeto.

Trazado de imágenes a través de lentes convergentes.



Trazado de imágenes a través de lentes divergentes.





30 de ESO