Voy a utilizar el método de las diferencias sucesivas de los términos de una serie para hallar la ley matemática que los define.

Caso 1.-

Sea la serie siguiente: 3,1,-1,-3,-5,-7,……………..

METODO DE NEWTON

3		1		-1		-3		-5		-7
	-2		-2		-2		-2		-2	

He hallado la diferencia del siguiente menos el anterior y en la primera vez que lo he hecho he hallado la diferencia repetida, lo que nos dice que el modelo matemático a calcular es un polinomio en n de primer grado: an+b

Sustituyo la n por 1, 2, 3 hasta tener las ecuaciones suficientes para hallar los coeficientes que no conozco en este caso a y b.

$$\begin{array}{l} n=1 \rightarrow a.1+b=3 \rightarrow a+b=3 \\ n=2 \rightarrow a.2+b=1 \rightarrow 2a+b=1 \end{array}$$

con lo que obtengo un sistema de 2 ecuaciones y 2 incógnitas, que resuelvo restando la 2ª ecuación menos la 1ª

2a-a+b-b=1-3, a=-2 y -2+b=3, nos dice que b=2+3=5

SOLUCION: $a_n=-2n+5$

Caso 2.-

Sea la serie siguiente: 0, 0, 2, 6, 12, 20, …………

METODO DE NEWTON

0		0		2		6		12		20
	0		2		4		6		8	
		2		2		2		2		

He hallado la diferencia del siguiente menos el anterior y he necesitado hacerlo dos veces. He obtenido dos series más lo que nos indica que la ley matemática que sigue la sucesión dada es un polinomio de 2º grado: an^2+bn+c

Sustituyo la n por 1, 2, 3 hasta tener las ecuaciones suficientes para hallar los coeficientes que no conozco en este caso a, b y c.

$$\begin{array}{l} n=1 \rightarrow a.1^2+b.1+c=0 \rightarrow a+b+c=0 \\ n=2 \rightarrow a.2^2+b.2+c=0 \rightarrow 4a+2b+c=0 \\ n=3 \rightarrow a.3^2+b.3+c=6 \rightarrow 9a+3b+c=2 \end{array}$$

Con lo que obtenemos un sistema de 3 ecuaciones con 3 incógnitas. Resolvemos por reducción restando 2ª ecuación menos 1ª, 3ª ecuación menos 2ª.

3a+b=0

5a+b=2

Restando otra vez 2ª menos 1ª quedaría

2a=2, con lo que a=2/2=1

Sustituyendo en 3a+b=0, obtengo que 3+b=0, con lo que b=-3 y llevando los valores de a=1 y b=-3 a la ecuación a+b+c=0 obtenemos que 1-3+c=0, con lo que c=-2

SOLUCION: $a_n = n^2 - 3n + 2$