CUESTION 1.

Estudiar, según los valores del parámetro a el sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{array}{lllll} & ay & +z & = a-1 \\ -ax \;+ & (a+1)y & & = a \\ ax \;- & y & +(2a-1)z & = 2a+1 \end{array}$$

solución:

$$A=\begin{bmatrix} 0 & a & 1 \\ -a & a+1 & 0 \\ a & -1 & 2a-1 \end{bmatrix}, \quad A^*=\begin{bmatrix} 0 & a & 1 & a-1 \\ -a & a+1 & 0 & a \\ a & -1 & 2a-1 & 2a+1 \end{bmatrix}$$

$$|A|=\begin{vmatrix} 0 & a & 1 \\ -a & a+1 & 0 \\ a & -1 & 2a-1 \end{vmatrix}=a-a^2-a+2a^3-a^2=2a^3-2a^2=2a^2(a-1)$$

Para a=0

$$A=\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & -1 \end{bmatrix},$$

$$A^*=\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \to r(A)=2, \quad \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix}=-1, \quad |A^*|=\begin{vmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 1 \end{vmatrix}=1-1=0$$

$$r(A)=2, \quad r(A^*)=2 \text{ Sistema compatible indeterminado}$$

Para a=1

$$A=\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A^*=\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 3 \end{bmatrix} \to r(A)=2, \quad \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 2 \end{vmatrix}=1, \quad |A^*|=\begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 3 \end{vmatrix}=-1-1-6=-8$$

$$r(A)=2, \quad r(A^*)=3 \to \text{Sistema incompatible}$$

CUESTI ÓN 2.

1. Demostrar que cualquiera que sea el valor de a, los vectores: $\mathbf{u}_1 = (a; 1; 2)$, $\mathbf{u}_2 = (1; 1; a)$ y $\mathbf{u}_3 = (3a-2; 1; 6-2a)$ son linealmente dependientes.

$$\begin{vmatrix} a & 1 & 2 \\ 1 & 1 & a \\ 3a-2 & 1 & 6-2a \end{vmatrix} = 6a-2a^2+2+3a^2-2a-6a+4-a^2-6+2a=0 \Rightarrow \forall a \; el \; \det er \min ante \; vale \; 0$$

2. Si $a = 2$, escribir el vector **w** = (9; 2; 4) como combinación lineal de los vectores **u**1 y **u**2.

Para a= 2 tenemos que **u**1=(2;!;2) y **u**2.=(1;1;2) lo que expresando lo que nos piden será:

$$\begin{pmatrix} 9 & 2 & 4 \end{pmatrix} = \alpha\begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \end{pmatrix} + \beta\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{cases} 2\alpha & + & \beta & = & 9 \\ \alpha & + & \beta & = & 2 \\ 2\alpha & + & 2\beta & = & 4 \end{cases} \rightarrow 1^a - 2^a \rightarrow \alpha = 7 \; y \; \beta = -5 \rightarrow Comprobamos$$

$$en \; la \; 3^a \; si \; valen \rightarrow 2.7 + 2.(-5) = 14 - 10 = 4, \; correcto \rightarrow w = 7u_1 - 5u_2$$

BLOQUE 2 [2.5 PUNTOS]

CUESTIÓN 1.

Encontrar la distancia del punto $P = (1; 1; 1)$ a la recta

$$L \begin{cases} x = 1 + t \\ y = t \\ z = 1 - t \end{cases}$$

Sea P(1;1;1) y se Q de la recta=(1+ t; t; 1-t). Entonces el vector PO=(t;t-1;-t)
Imponiendo que PQ sea perpendicular al vector director de la recta r:

$$\left(t, t-1, -t\right).\begin{pmatrix} 1, \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} = 0 \rightarrow t + t - 1 + t = 0 \rightarrow 3t = 1 \rightarrow t = \frac{1}{3} \rightarrow sustituyendo \; en \; PQ = \left(\frac{1}{3}, \frac{-2}{3}, \frac{-1}{3}\right)$$

y la distancia entre P y r es el módulo de PQ $\rightarrow \left|PQ\right| = \sqrt{\frac{1}{9} + \frac{4}{9} + \frac{1}{9}} = \frac{\sqrt{6}}{3} \; unidades$

CUESTI ON 2.

1. Demostrar que las rectas:

$$L_1 \equiv \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = t \end{cases} \quad y \quad L_2 \begin{cases} x = t \\ y = 0 \\ z = 4 - t \end{cases}$$

se cortan en un punto ¿Cual es ese punto? **[1 PUNTO]**

2. Encontrar la ecuación del plano determinado por dichas rectas.

$$\begin{matrix} 1 + 2t = t^* \\ 1 - t = 0 \\ t = 4 - t^* \end{matrix} \rightarrow \begin{matrix} t = 1 \\ t^* = 3 \end{matrix} \rightarrow$$ *lo que nos lleva a que el punto (3,0,3)está en las dos rectas* L_i

La ecuación del plano es:

$$\begin{vmatrix} x-3 & y-0 & z-3 \\ 2 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \end{vmatrix} = 0 \rightarrow x-3+3y+z-3=0 \rightarrow x+3y+z-6=0$$

El plano solución tiene de ecuación: x+3y+z-6=0